

Решение олимпиады по физике «Юные таланты» 2 ноября 2013 г.

8 класс

1. Зачем в погребах в холодную погоду рядом с овощами ставят большие емкости с водой?

Ответ: Поскольку вода обладает значительной удельной теплоемкостью, размещение большой емкости с водой в погребах в холодную погоду рядом с овощами препятствует замерзанию запасов.

2. В 100 г воды при температуре 10 °С опущено 40 г льда, имеющего температуру –10 °С. При каком соотношении воды и льда возникнет состояние теплового равновесия в этой системе, если она теплоизолирована? Удельная теплоемкость льда 2,5 кДж/кг.

Решение: Количество теплоты, выделяющееся при остывании воды, тратится на нагревание и таяние льда. Составим уравнение теплового баланса: $c_{\text{л}}m_{\text{л}}\Delta t_{\text{л}} + \lambda m_{\text{х}} = c_{\text{в}}m_{\text{в}}\Delta t_{\text{в}}$.

Ответ: Смесь 109,5 г воды и 30,5 г льда при 0 °С.

3. Два велосипедиста и пешеход одновременно отправились из пункта А в пункт В. Более чем через час после выезда у первого велосипедиста сломался велосипед, и он продолжал путь пешком, двигаясь в 4,5 раза медленнее, чем на велосипеде. Его обгоняют: второй велосипедист – через 5/8 ч после поломки, а пешеход – через 10,8 ч после поломки. К моменту поломки второй велосипедист проехал расстояние в два раза большее, чем то, которое прошел пешеход к моменту, на 5/36 ч более позднему, чем момент поломки. Через сколько часов после начала движения сломался велосипед?

Решение: Сделаем чертеж. В пункте С произошла поломка, в пункте D второй велосипедист догнал первого, в пункте F первого велосипедиста догнал пешеход.



Пусть X — скорость 1-го велосипедиста после поломки, тогда $4,5X$ — его скорость до поломки, t — время с момента выезда до поломки.

$$AC = 4,5X \text{ км}, \quad CD = 5X / 8 \text{ км}, \quad CF = 10,8X \text{ км},$$

$$AD = AC + CD = 4,5Xt + 5X / 8 = (36t + 5)X / 8 \text{ км},$$

$$AF = AC + CF = 4,5Xt + 10,8X = 0,9(5t + 12)X \text{ км}.$$

Скорость 2-го велосипедиста: $v_2 = AD / (t + 5 / 8) = (36t + 5)X / (8t + 5)$.

Скорость пешехода $v_{\text{п}} = AF / (t + 10,8) = 0,9(5t + 12)X / (t + 10,8)$.

Уравнение составим на основании того, что к моменту поломки 2-й велосипедист проехал расстояние, в 2 раза большее, чем то, которое прошел пешеход к моменту, на 5/36 ч более позднему, чем момент поломки:

$$v_2 t = 2v_{\text{п}} (t + 5 / 36),$$

$$\frac{36t+5}{8t+5}tx = 2 \frac{0,9(5t+12)}{t+10,8}x \frac{36t+5}{36}.$$

После преобразований получим уравнение

$$4t^2 - 19t + 12 = 0, \quad t_1 = 3/4, \quad t_2 = 4.$$

Ответ: через 4 часа.

4. Длинная вертикальная трубка погружена одним концом в сосуд с ртутью. В трубку наливают $m = 0,71$ кг воды, которая не вытекает из трубки. Определите изменение уровня ртути в сосуде. Диаметр сосуда $D = 0,06$ м, плотность ртути $\rho = 13\,600$ кг/м³. Толщиной стенок трубки можно пренебречь.

Решение: Сила тяжести воды и ртути в сосуде увеличилась на величину mg , с другой стороны, сила давления ртути на дно сосуда увеличилась на величину:

$$\rho g \Delta h S = \pi \rho D^2 \Delta h g / 4,$$

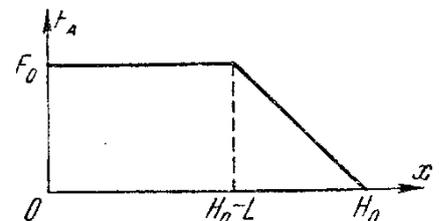
откуда найдем изменение уровня ртути.

Ответ: $\Delta h = \frac{4m}{\pi \rho_0 D^2} \approx 1,8$ см.

5. Легкая цилиндрическая палочка длиной $L = 20$ см и плотностью $\rho_1 = 800$ кг/м³ погружена вертикально в жидкость плотностью $\rho_2 = 1000$ кг/м³. Нижний конец палочки находится на глубине $H_0 = 1$ м. На какую высоту h выпрыгнет палочка из жидкости, если ей дать возможность двигаться? Вязкостью жидкости пренебречь.

Решение: Общая работа, совершенная против силы тяжести,

$A = SL\rho g(H_0 + H)$, где S — сечение палочки. Эта работа равна работе архимедовой силы, вычисление которой, удобно провести графически.



Введя обозначения: x — смещение палочки из начального

положения, F_a — архимедова сила, а $F_0 = SL\rho g$ — ее максимальное значение, легко заметить, что работа будет равна площади под кривой на рисунке:

$$A = SL\rho_0 g(H_0 - L) + \frac{SL^2\rho_0 g}{2}$$

Приравнявая выражения для работы, найдем H :

$$H = \frac{\rho_0}{\rho} \left(H_0 - \frac{L}{2} \right) - H_0.$$

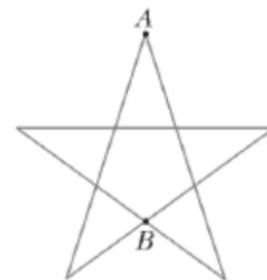
Ответ: $H = 12,5$ см.

Решение олимпиады по физике «Юные таланты» 2 ноября 2013 г.

9 класс

1. Найдите сопротивление «звезды» между точками A и B, если сопротивление каждого звена равно R.

Решение: Перемычку сопротивлением R, лежащую на оси симметрии точек A и B, можно удалить, так как через нее ток не потечет. Тогда схема превращается в две параллельные цепочки сопротивлением $7R/3$ каждая, а сопротивление всей «звезды» будет равно $7R/6$.



2. Длинная вертикальная трубка погружена одним концом в сосуд с ртутью. В трубку наливают $m = 0,71$ кг воды, которая не вытекает из трубки. Определите изменение уровня ртути в сосуде. Диаметр сосуда $D = 0,06$ м, плотность ртути $\rho = 13\,600$ кг/м³. Толщиной стенок трубки можно пренебречь.

Решение: Сила тяжести воды и ртути в сосуде увеличилась на величину mg , с другой стороны, сила давления ртути на дно сосуда увеличилась на величину

$$\rho g \Delta h S = \frac{1}{4} \pi \rho D^2 \Delta h g,$$

откуда найдем изменение уровня ртути.

Ответ: $\Delta h = \frac{4m}{\pi \rho_0 D^2} \approx 1,8$ см.

3. Железный шарик радиусом 1 см, нагретый до 20 °С, положен на лед. На какую глубину погрузится шарик в лед, если удельная теплоемкость железа $c_1 = 475$ Дж/кг °С. Плотность льда $\rho_2 = 900$ кг/м³, плотность железа $\rho_1 = 7900$ кг/м³. Температура льда 0 °С, удельная теплота плавления льда $\lambda = 334$ кДж/кг. Теплопроводностью льда и нагревом воды пренебречь.

Решение: Шарик, охладившись до температуры 0 °С, отдаёт тепло Q, которое пойдёт на плавление льда:

$$Q = m_2 c_1 (T - T_0) = m_2 \lambda. \quad \text{Здесь} \quad m_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1, \quad m_2 = \pi h^2 \left(r - \frac{1}{3} h \right) \rho_2.$$

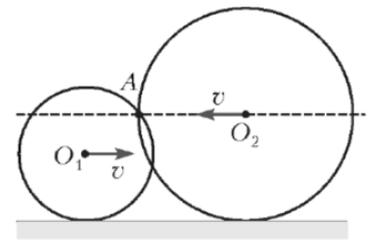
Если воспользоваться формулой для шарового сегмента, придется решать кубическое уравнение. В качестве грубого приближения можно было оценить массу растаявшего льда по формуле $m_2 \sim \pi r^2 h \rho_2$.

Подставив выражения для m_1 и m_2 в первое уравнение и разрешая его относительно h , находим

$$h = \frac{4}{3} \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 \lambda} (T - T_0) r.$$

Ответ: $h = \frac{4}{3} \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 \lambda} (T - T_0) r \approx 0,7$ см.

4. Найдите скорость верхней точки пересечения двух катящихся колес (точка A на рисунке) в тот момент, когда она находится на одной горизонтали с центром большого колеса. Скорость колес одинаковы и равны v , радиусы колес r и R .



Решение: Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью V вместе с колесом. В этой системе отсчета большое колесо покоится, а малое движется вправо со скоростью $2v$. Нетрудно убедиться в том, что наш ответ для движущейся системы отсчета таков - скорость точки пересечения направлена вертикально вверх и равна

$$v'_A = 2v \operatorname{tg} \alpha, \quad \alpha = \arccos \frac{R-r}{r}.$$

Вернемся в лабораторную систему отсчета и с помощью классического закона сложения скоростей пересчитаем скорость точки A .

Ответ: $v_A = \sqrt{v_0^2 + v_A'^2} = v \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha} = v \sqrt{\frac{4r^2}{(R-r)^2} - 3}.$